

Prvi parcijalni iz Matematike I

Grupa A

1. Dokazati metodom matematičke indukcije jednakost za sve $n \in \mathbb{N}$:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$(\lambda - 2)x - 3y + 2z = 1$$

$$3x - 3y + (\lambda - 3)z = 1$$

$$x - y + 2z = -1$$

3. Neka su dati vektori \vec{p} i \vec{q} , takvi da je $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 2$ i $\sphericalangle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}$. Za paralelogram razapet nad vektorima $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}$ i $\vec{b} = 3\vec{p} - 2\vec{q}$ odrediti: intezitete stranica, intezitete dijagonala, uglove između stranica, obim i površinu.

Grupa B

1. Naći racionalne članove u razvoju $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})^{24}$.

2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$(\lambda + 4)x + y + z = 2$$

$$x + y + z = \lambda + 5$$

$$3x + 3y + (\lambda + 7)z = 3$$

3. Date su tačke: A(1,-1,0), B(2,3,-3), C(1,4,1), D(-1,-1,3).

- Izračunati zapreminu piramide ABCD.
- Izračunati visinu piramide ABCD povučenu iz tačke C.
- Izračunati visinu trougla ABC povučenu iz vrha B.

Grupa C

1. Naći sve vrijednosti izraza \sqrt{z} (ima ih 4) ako je $z = (1+i)\sqrt{\sqrt{3}+i}$.

2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$ax + y + z = 1$$

$$(a+1)x + (a+1)y + 2z = a+1$$

$$x + y + az = a^2$$

3. Neka je $\vec{a} = (k, 1, 4)$, $\vec{b} = (1, -2, 0)$, $\vec{c} = (3, -3, 4k)$. Izračunati zapreminu $V(k)$ paralelopijeda konstruisanog nad vektorima $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Za koje vrijednosti parametra k su komplanarni vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$? Za dobivene vrijednosti k razložiti vektor \vec{c} preko vektora \vec{a} i \vec{b} .